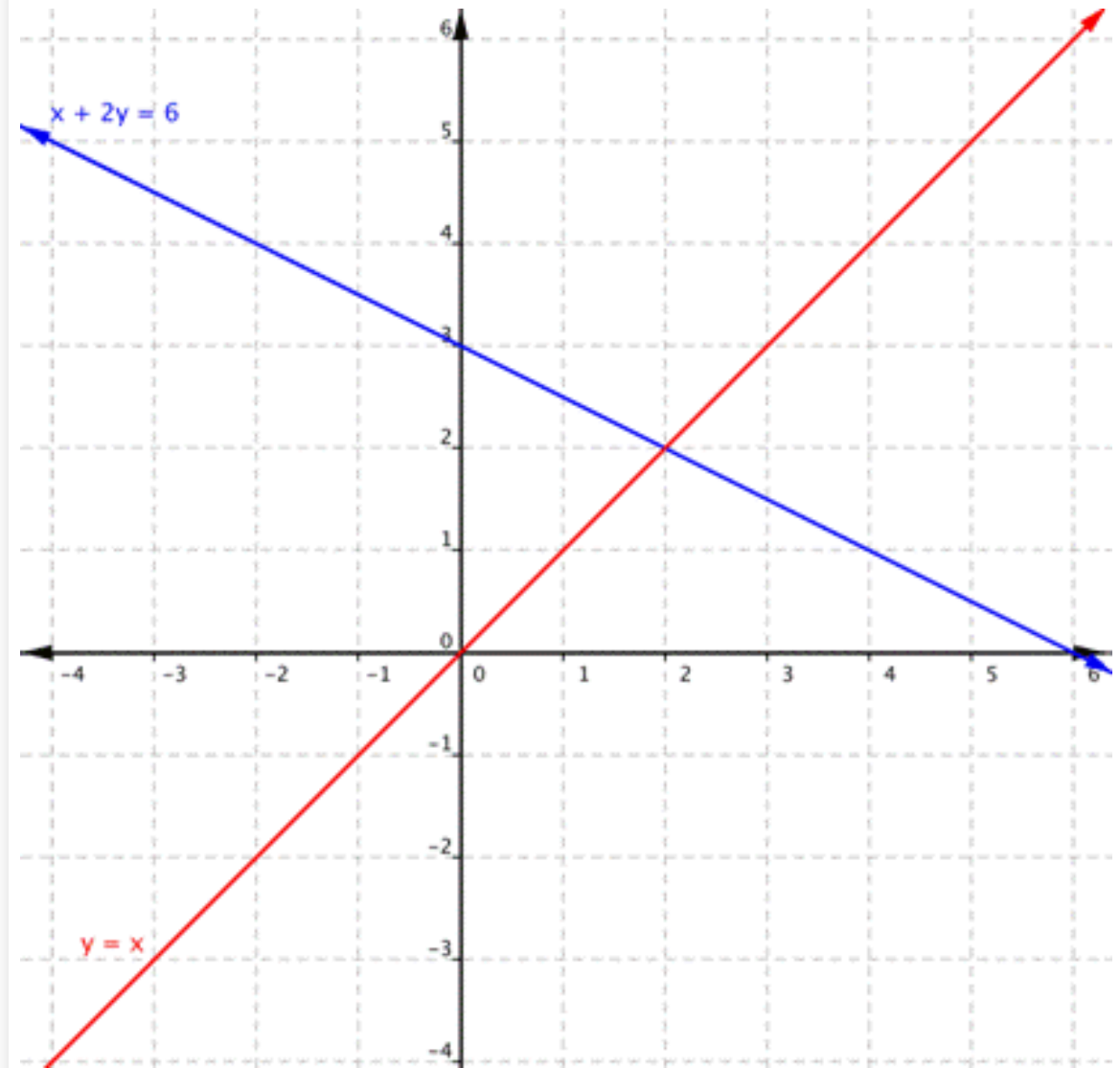


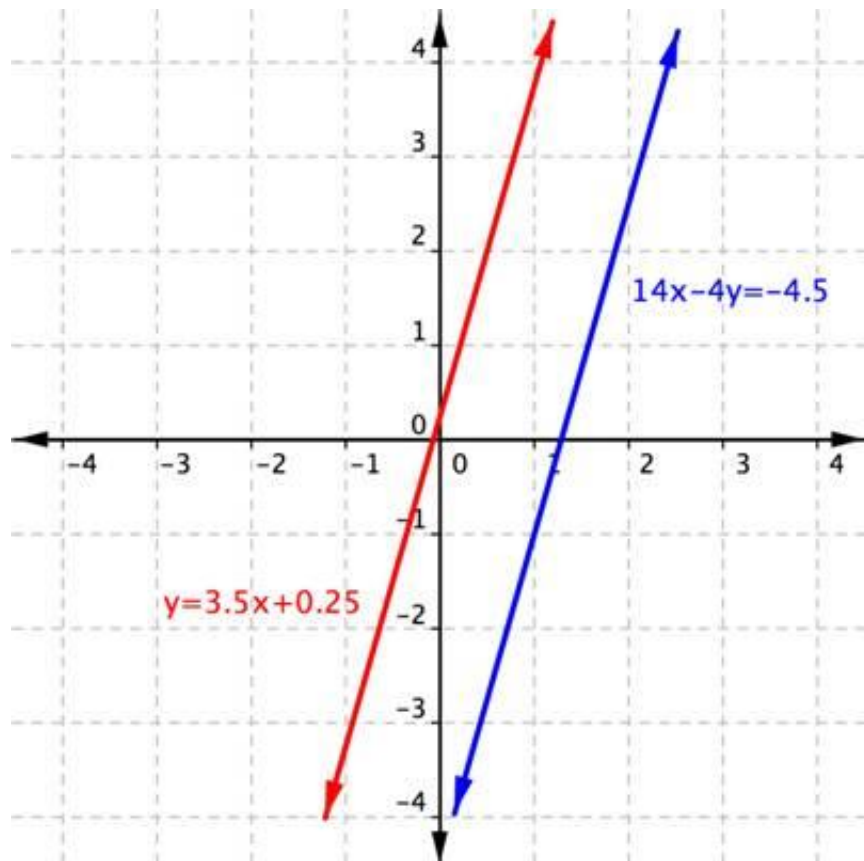
Tipos de Sistemas de Ecuaciones Lineales

La solución de un sistema de ecuaciones es el valor de las incógnitas que hacen válidas a *todas* las ecuaciones en el sistema. Las gráficas de las ecuaciones indican si el sistema tiene solución única, solución múltiple o si el sistema no tiene solución.

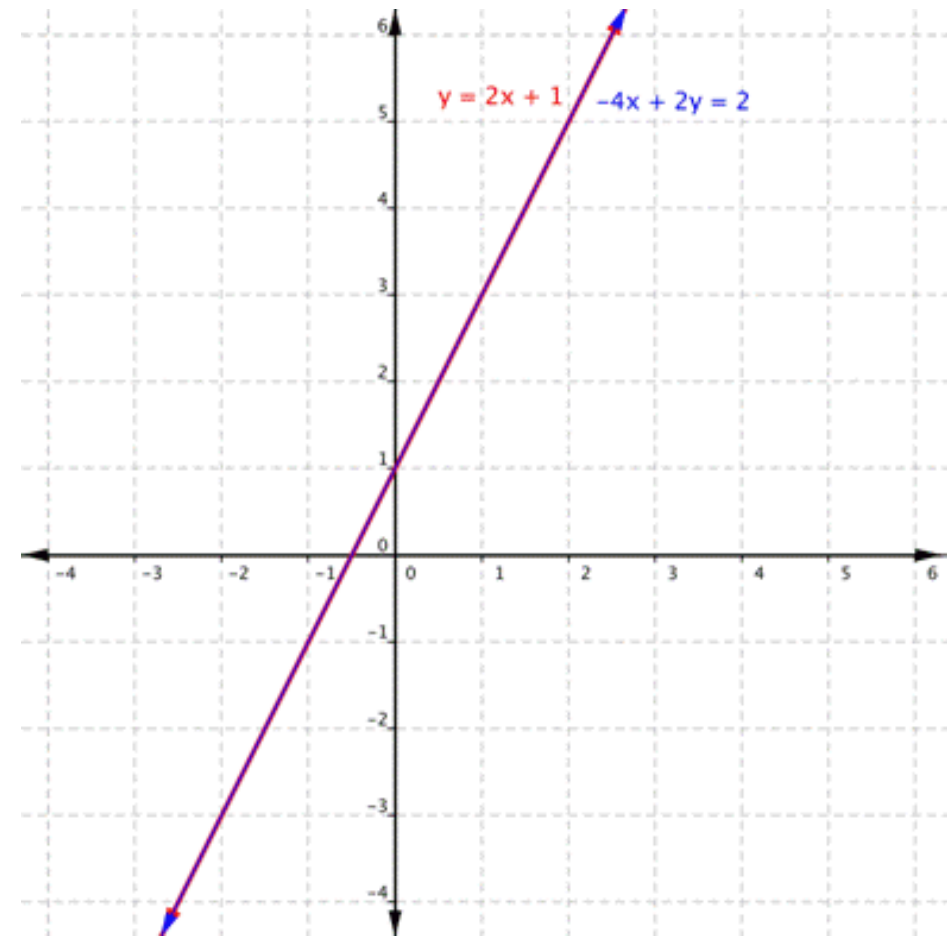
Ejemplo: El sistema es consistente y las ecuaciones son independientes. El sistema tiene solución única.



El sistema es inconsistente y las ecuaciones son independientes. El sistema no tiene solución.



Las dos gráficas son la misma recta. Entonces cada punto en la recta es una solución para el sistema de ecuaciones. El sistema tiene un infinito de soluciones.



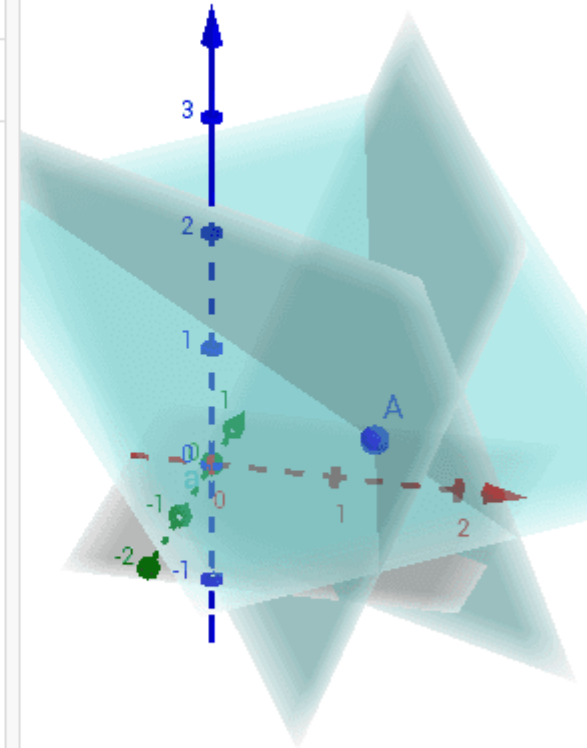

Sistema con solución única

Los tres planos que se intersectan en un solo punto (sistema consistente determinado).

1 Solve ($\{x + 2y + z = 0, x - y + 3z = 6, 2x + y - z =$

○ $\rightarrow \left\{ \left\{ x = \frac{5}{3}, y = -\frac{4}{3}, z = 1 \right\} \right\}$

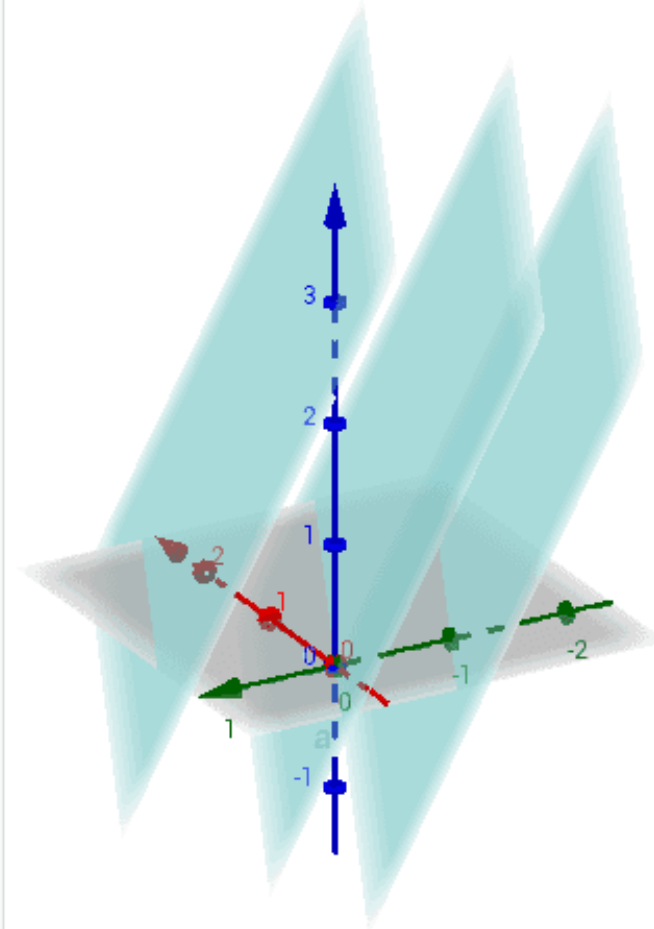
2



Sistema sin solución

Planos paralelos entre sí, por lo tanto, no existe ningún punto que sea común a los tres planos (sistema inconsistente).

```
1 Solve({x + 2 y + z = 0, x + 2 y + z = 3, x + 2 y -  
○ → {}  
2
```



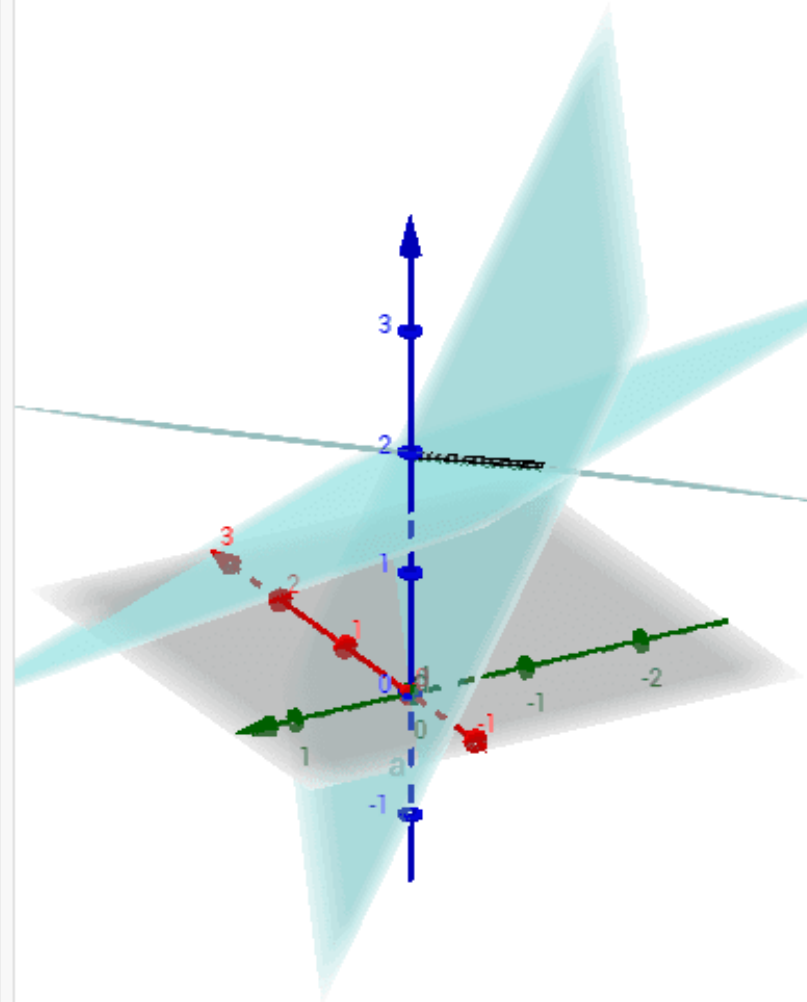
Sistema con solución múltiple

Los tres planos que se intersectan en una recta (sistema consistente indeterminado).

1 Solve ($\{x + 2y + z = 0, x - y + 3z = 6$

○ $\rightarrow \left\{ \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{7}{3}z + 4, \\ y = \frac{2}{3}z - 2, \end{array} \right. \right.$

2



Sistemas de Ecuaciones Lineales Inconsistentes

$$-2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$3x_1 + 6x_2 - 3x_3 = -2$$

$$6x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5$$

Matriz Aumentada

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & -3 & -2 \\ 6 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 & x_3 \end{pmatrix}$$

Método de Gauss - Jordan

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 & x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & -3 & -2 \\ 6 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$R_1 \Leftrightarrow R_2$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & -3 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$R_1(1/3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2/3 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$R_1(-6) + R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2/3 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -6 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

$$R_2(-1/2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2/3 \\ 0 & 1 & -3/2 & -1/2 \\ 0 & -6 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

$$R_2(-2) + R_1$$

$$R_2(6) + R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1/3 \\ 0 & 1 & -3/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$x_1 + 2x_3 = 1/3$$

$$x_2 - (3/2)x_3 = -1/2$$

$$0 = 6 \text{ Incongruencia!}$$

El sistema no tiene solución

Sistemas de Ecuaciones Lineales con Solución Múltiple

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1$$

$$8x_1 + x_2 + 4x_3 = -1$$

Matriz Aumentada

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 4 & -1 \end{array} \right)$$



$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 & x_3 \end{array} \right)$$

Método de Gauss - Jordan

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 & x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$R_1(1/2)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$R_1(2) + R_2$

$R_1(-8) + R_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 4 & 1 \\ 0 & -7 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$R_2(1/7)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4/7 & 1/7 \\ 0 & -7 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$R_2(-1) + R_1$

$R_2(7) + R_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3/7 & -1/7 \\ 0 & 1 & 4/7 & 1/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El sistema tiene solución múltiple

$$x_1 + (3/7)x_3 = -1/7$$

$$x_2 + (4/7)x_3 = 1/7$$

Parametrización :

$$x_3 = t$$

$$x_1 = -\frac{1}{7} - \frac{3}{7}t$$

$$x_2 = \frac{1}{7} - \frac{4}{7}t$$

Ejercicio

Resolver por:

a) Regla de Cramer

b) Ecuación Matricial $Ax=b$

$$-2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$3x_1 + 6x_2 - 3x_3 = -2$$

$$6x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1$$

$$8x_1 + x_2 + 4x_3 = -1$$