$$\sqrt{-1} = i$$

Número Complejo

Unidad Imaginaria

$$z = a + bi$$

Parte Real

Parte Imaginaria

NÚMEROS COMPLEJOS

Prof. Carlos Tejada

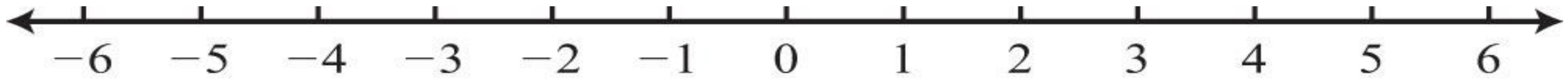
Números Imaginarios

Resolver la ecuación $x^2 + 1 = 0$

$$x^2 = -1$$

$$x = \sqrt{-1}$$

Recta real



Resolver la ecuación $x^2 + 1 = 0$

$$x^2 = -1$$

$$x = \sqrt{-1}$$

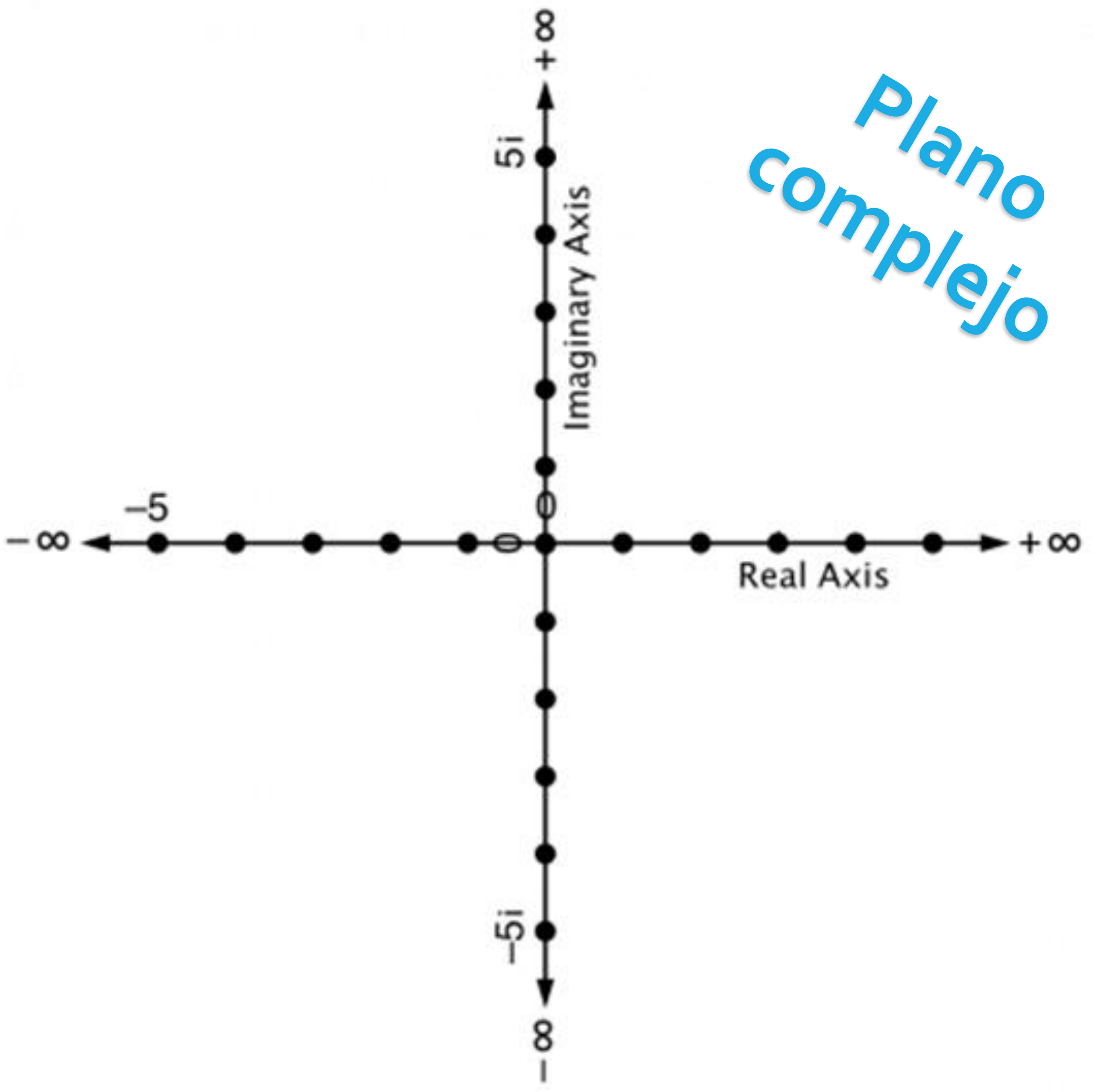
$$\sqrt{-1} = i$$

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9(-1)} = \sqrt{9}\,\sqrt{-1} = 3i$$

$$\sqrt{-25} = \sqrt{25(-1)} = \sqrt{25}\,\sqrt{-1} = 5i$$

$$\sqrt{-2} = \sqrt{2(-1)} = \sqrt{2}\,\sqrt{-1} = \sqrt{2}\,i$$

$$\sqrt{-3} = ?$$



Números Complejos

Un numero complejo es cualquier numero de la forma $\boldsymbol{z = a + ib}$

donde *a* y *b* son números reales e *i* es la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$.

a: es la parte real de z, Re(z)
b: es la parte imaginaria de z, Im(z)

Ejemplo. Sea el número complejo $z = 4 - 8i$

Re(z) = 4   Im(z) = –8

Ejemplo. Sea el número complejo $z = 6$

Re(z) = 6   Im(z) = 0

En este caso z es puramente real

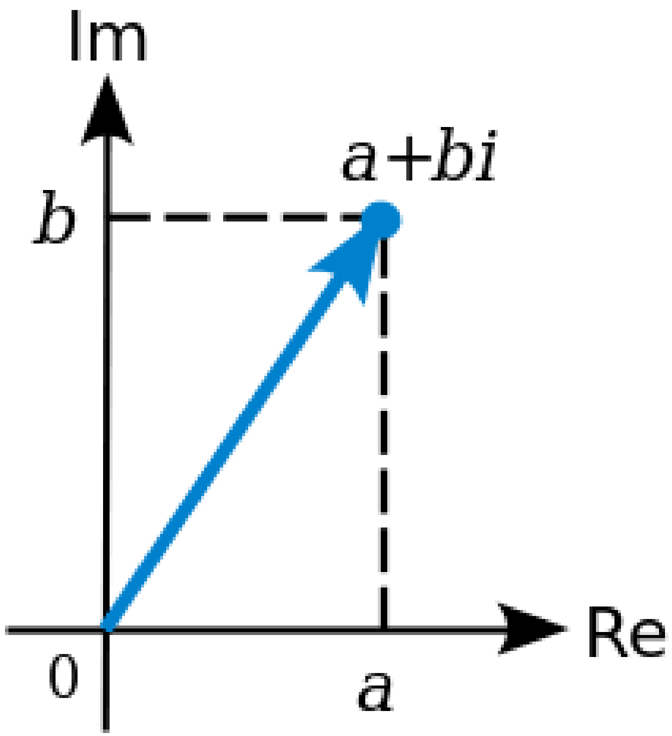
Ejemplo. Sea el número complejo $z = 5i$

Re(z) = 0   Im(z) = 5

En este caso z es un número imaginario puro

El plano complejo

El número complejo $z = a + bi$ se puede graficar como un punto con coordenadas (a, b) en el plano complejo



Ejemplo. Grafique los siguientes números complejos:

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = -2 + i$$

$$z_3 = -\frac{5}{2} - \frac{5}{2}i$$

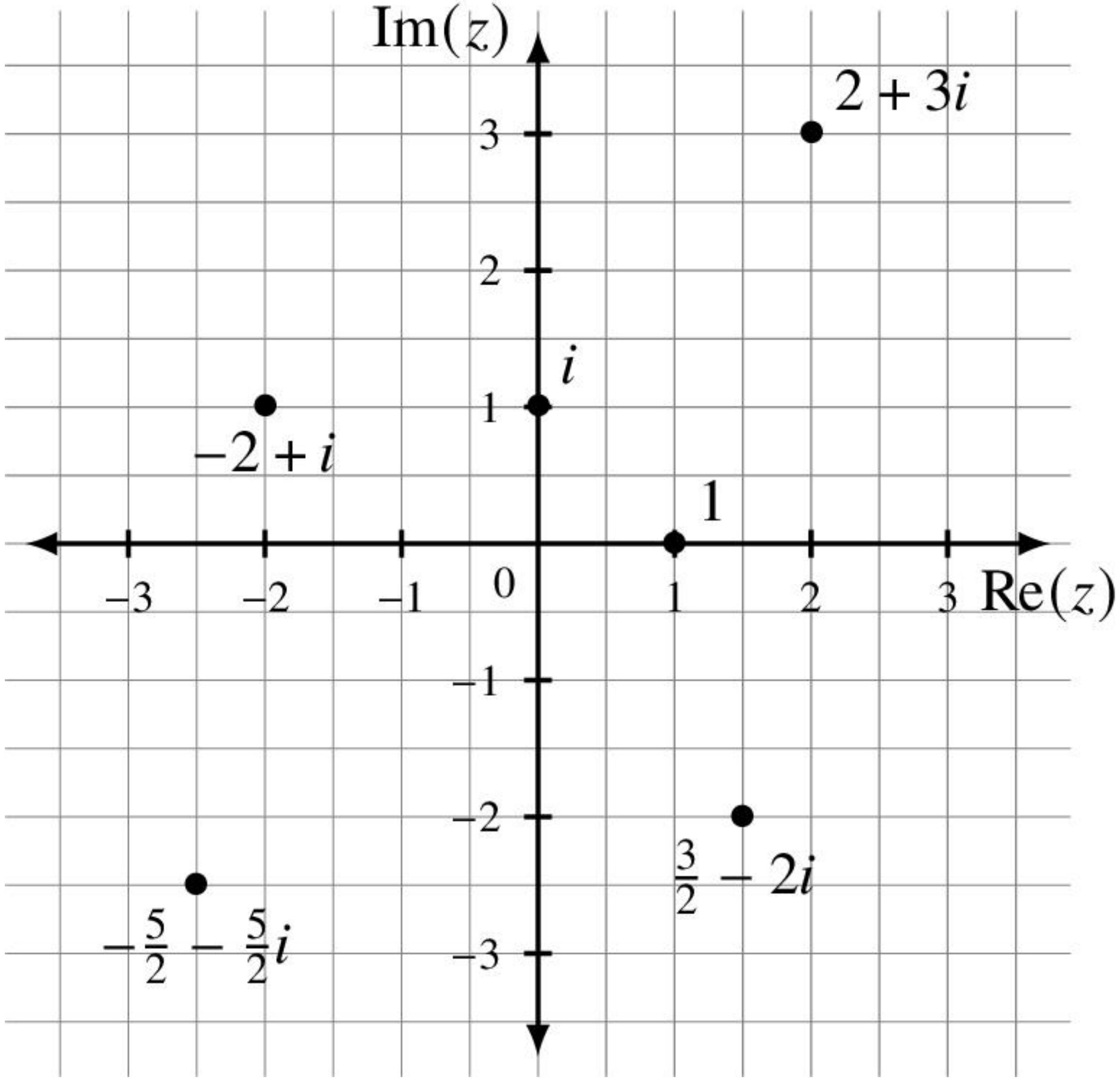
$$z_4 = \frac{3}{2} - 2i$$

$$z_5 = 1$$

$$z_6 = i$$

$$z_7 = -2i$$

$$z_8 = -2 - i$$



Complejo conjugado

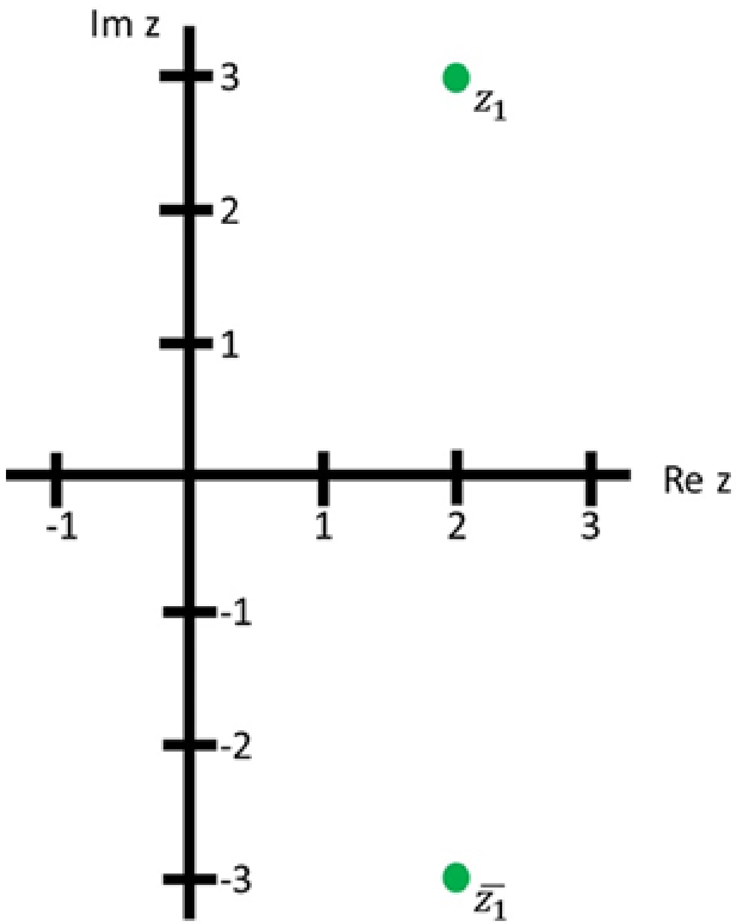
El conjugado de un número complejo se obtiene cambiando el signo de su parte imaginaria.

Si $z = a + bi$, entonces su conjugado es $\bar{z} = z^* = a - bi$

Ejemplo. Determine el conjugado de $z = 2 + 3i$, grafique en el plano complejo.

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$\bar{z_1} = 2 - 3i$$



Propiedades de la conjugación

1) El conjugado del conjugado de un número complejo es el propio número complejo:
$z = \overline{(\bar{z})}$

2) El conjugado de la suma es la suma de los conjugados: $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$

3) El conjugado del opuesto es el opuesto del conjugado: $\overline{-z} = -\bar{z}$

4) El conjugado del producto es el producto de los conjugados: $\overline{z_1 \ * \ z_2} = \bar{z}_1 \ * \ \bar{z}_2$

5) El conjugado del cociente es el cociente de los conjugados: $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

6) El conjugado del inverso es el inverso del conjugado: $\frac{1}{\bar{z}} = \overline{\left(\frac{1}{z}\right)}$

Ejercicio. Demuestre las Propiedades de la conjugación

1) $z = \overline{(\bar{z})}$

$$z = a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi$$

$$\overline{(\bar{z})} = a + bi$$

2) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2}$

$$z_1 = 1 + 4i$$

$$z_2 = 3 + i$$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{(4 + 5i)} = 4 - 5i$$

$$\bar{z_1} + \bar{z_2} = (1 - 4i) + (3 - i) = 4 - 5i$$

Ejemplo. Demuestre que (*a* + *bi*)*(*a* – *bi*) = $a^2 + b^2$

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 - abi + abi - b^2 i^2$$
$$(a+bi)(a-bi) = a^2 - b^2(-1)$$
$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

Ejemplo. $(3+2i)(3-2i) = 9 - 6i + 6i - 4i^2 = 9 + 4 = 13$

Ejemplo. $(4+5i)(4-5i) = 16 + 25 = 41$

Ejercicio. $(2+6i)(2-6i) = ?$

Operaciones con Números Complejos

Sean los números complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$

Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división se definen como sigue:

Suma:

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Resta:

$$z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

Multiplicación:

$$z_1 * z_2 = (a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2$$

$$= (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Operaciones con Números Complejos

División:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a + bi)}{(c + di)}$$

$$= \frac{(a + bi)}{(c + di)} * \frac{(c - di)}{(c - di)} = \frac{ac - adi + bci - bdi^2}{c^2 - cdi \ + dci \ - \ d^2 i^2}$$

$$= \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$$

$$= \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} i$$

Propiedades de los números complejos

Conmutativa:

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$$

$$z_1 z_2 = z_2 z_1$$

Asociativa:

$$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$$

$$z_1(z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3$$

Distributiva:

$$z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$$

Ejemplo. Dados $z_1 = 2 + 3i$ y $z_2 = 1 - 4i$

Calcule:

a) $z_1 + z_2$

b) $3z_1 - 2z_2$

c) $z_1 z_2$

d) z_1/z_2

Ejercicio. Dados $z_1 = 2 + 3i$ y $z_2 = 1 - 4i$

Calcule:

a) $iz_1 + 3z_2$

b) $\overline{2z_1 - 3z_2}$

c) $\dfrac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$

Potencias de la unidad imaginaria

$$i^0 = 1$$
$$i^1 = i$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = i^2 i = -i$$
$$i^4 = i^2 i^2 = (-1)(-1) = 1$$
$$i^5 = i^4 i = i$$
$$i^6 = i^4 i^2 = -1$$
$$i^7 = i^4 i^3 = -i$$
$$i^8 = i^4 i^4 = 1$$

i^1	i^2	i^3	i^4	i^5	i^6	i^7	i^8
i	-1	$-i$	1	i	-1	$-i$	1

$$i^n = i^{residuo\ de\ n/4}$$

$$n = 4q + r$$

Potencias de la unidad imaginaria

$$i^n = i^{residuo\ de\ n/4}$$

$$n = 4q + r$$

a) Ejemplo. Calcule i^{63}

$$n = 63 = 4 * 15 + 3$$
$$i^{63} = i^3 = i^2 i = \mathbf{-i}$$

b) Ejemplo. Calcule i^{30}

$$n = 30 = 4 * 7 + 2$$
$$i^{30} = i^2 = \mathbf{-1}$$

c) Ejemplo. Calcule i^{200}

$$n = 200 = 4 * 50 + 0$$
$$i^{200} = i^0 = \mathbf{1}$$

Ejercicio. Calcule:

$a)\ i^{81}$

$b)\ i^{243}$

$c)\ i^{370}$

$d)\ i^{352} + i^{22} - i^{41}$

$e)\ \dfrac{i^{75} + i^{32}}{i - 1}$

Ejemplo: Dado el número complejo $z = x + iy$, determine:

a) $\operatorname{Re}\left\{\dfrac{1}{z}\right\}$

b) $\operatorname{Im}\{2z + 4\bar{z} - 4i\}$

Ejercicio: Dado el número complejo $z = x + iy$, determine:

a) $\text{Re}\{z^2\}$ (Sol. $x^2 - y^2$)

b) $\text{Im}\{z^2 + \bar{z}^2\}$ (Sol. 0)

Ejemplo: Resuelva la siguiente ecuación:

$$\frac{z - 2}{z + 1} = 3i$$

Ejemplo: Resuelva las siguiente ecuación:

$$(3+i)z \ + (1-2i) = 7-i \qquad Sol.\ z = \frac{19}{10} - \frac{3}{17}i$$

Ejemplo: Resuelva la siguiente ecuación:

$$(2z - \bar{z})(1 - 2i) = 4 - 3i$$

Ejemplo: Resuelva las siguiente ecuación:

$$(3z - 2\bar{z})(3 - 5i) = 59 - 15i \qquad Sol.\ z = \frac{126}{17} - \frac{25}{17}i$$

NÚMEROS COMPLEJOS

Forma Binómica:

$$z = x + yi$$

Forma Polar:

$$z = r\angle\theta \qquad z = r_\theta \qquad z = rcis\theta$$

Forma Trigonométrica:

$$z = r[cos\theta + isen\theta]$$

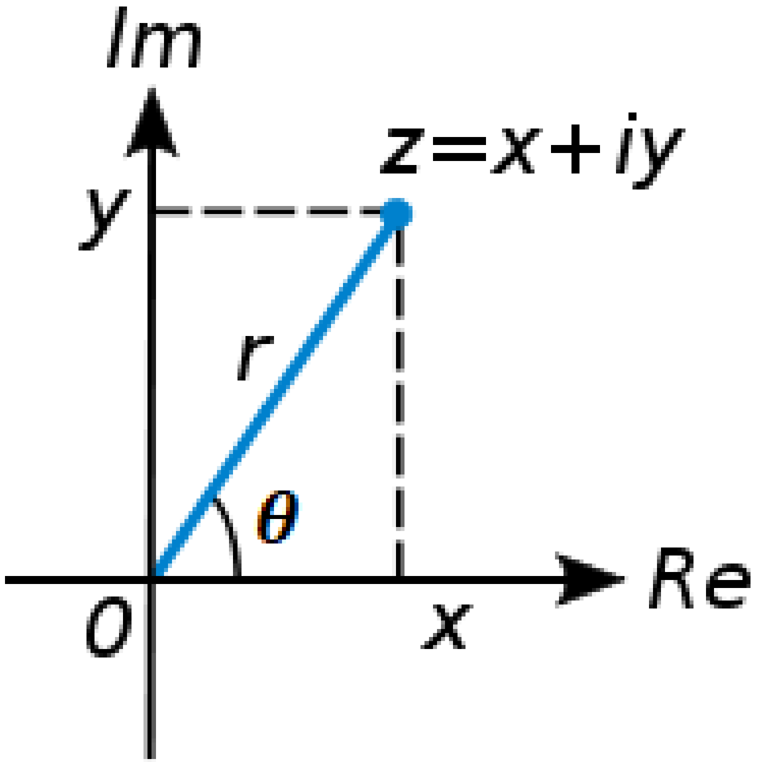
Forma Exponencial:

$$z = re^{i\theta}$$

Forma Polar de un Número Complejo

Forma binómica: $\boldsymbol{z = a + bi}$, $\quad \boldsymbol{z = x + yi}$

$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$	$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{y}{r}$	$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$
$x = r\ cos\theta$	$y = r\ sen\theta$	$\theta = arc\tan\dfrac{y}{x}$



Conversión de forma binómica a polar

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (módulo)

$\theta = arc\tan\dfrac{y}{x}$ (argumento)

Conversión de forma polar a binómica

$x = r\ cos\theta$ (parte real)

$y = r\ sen\theta$ (parte imaginaria)

Forma Polar de un Número Complejo

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\,sen\theta$$

$$z = x + yi$$

$$z = r\cos\theta + i\,r\,sen\theta$$

Forma polar (trigonométrica):

$$\boldsymbol{z = r\,[\cos\theta + i\,sen\theta]}$$

$$\boldsymbol{z = r\angle\theta} \qquad \boldsymbol{z = r_\theta} \qquad \boldsymbol{z = r\,cis\theta}$$

Ejemplo: Represente los siguientes números complejos dados en la forma binómica, en la forma polar.

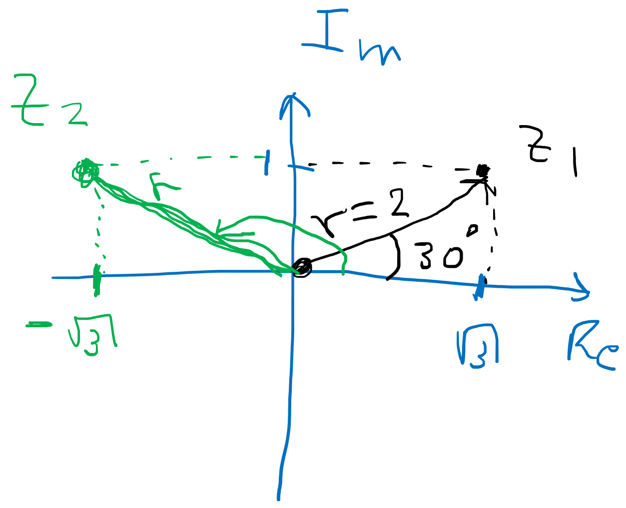
$z = r\angle\theta \quad , \quad z = r\left[\cos\theta + i\,\mathrm{Sen}\,\theta\right]$

$a)\, z_1 = \sqrt{3} + i$ $\qquad z_1 = 2\angle 30^\circ \quad , \quad z_1 = 2\left[\cos 30^\circ + i\,\mathrm{Sen}\,30^\circ\right]$

$b)\, z_2 = -\sqrt{3} + i$

$c)\, z_3 = -\sqrt{3} - i$ $\qquad z_2 = 2\angle 150^\circ$

$d)\, z_4 = \sqrt{3} - i$ $\qquad z_2 = 2\left[\cos 150^\circ + i\,\mathrm{Sen}\,150^\circ\right]$



$r_1 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$

$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

$r_2 = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$

$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{-\sqrt{3}}\right) = -30^\circ + 180^\circ = 150^\circ$

Ejemplo: Represente los siguientes números complejos dados en la forma binómica, en la forma polar.

$z_3 = 2\,\underline{|210^\circ}$

$z_3 = 2\left[\cos 210^\circ + i \operatorname{sen} 210^\circ\right]$

$a)\, z_1 = \sqrt{3} + i$

$b)\, z_2 = -\sqrt{3} + i$

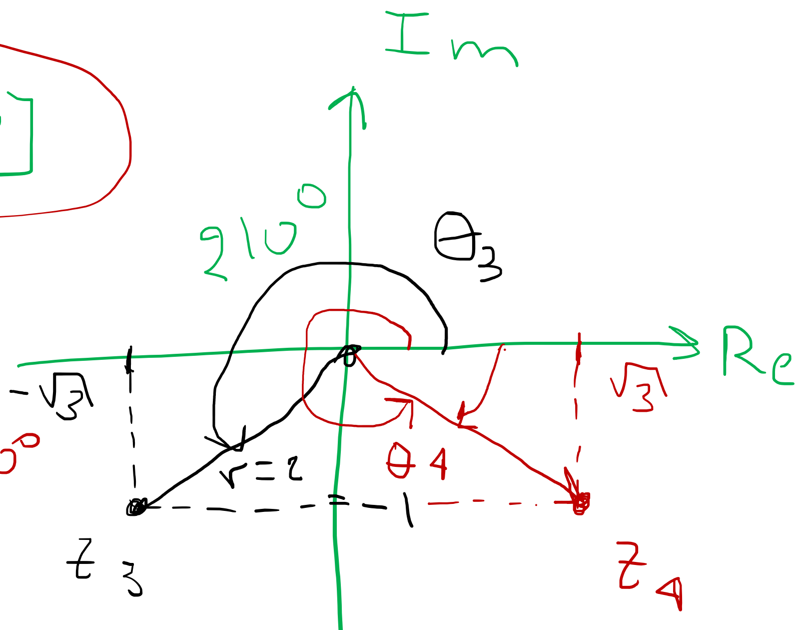
$c)\, z_3 = -\sqrt{3} - i$

$d)\, z_4 = \sqrt{3} - i$

$r_4 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$

$\theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = -30^\circ + 360^\circ$

$= 330^\circ$



$r_3 = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$

$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-\sqrt{3}}\right) = 30^\circ + 180^\circ$

$= 210^\circ$

$z_4 = 2\,\underline{|330^\circ}$

$z_4 = 2\left[\cos 330^\circ + i \operatorname{Sen} 330^\circ\right]$

Forma Exponencial de un Número Complejo

Se conoce como fórmula de Euler:

$$e^{i\theta} = cos\theta + isen\theta$$

Ahora bien, un numero complejo en la forma polar se escribe como:

$$z = r[cos\theta + isen\theta]$$

Sustituyendo la fórmula de Euler en la forma polar, se tiene la forma exponencial de un numero complejo :

$$\boldsymbol{z = re^{i\theta}}$$

Forma Exponencial de un Número Complejo

Ejemplo. Represente el número complejo $z = 3 + 4i$ a la forma polar y exponencial.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\theta = arc\,tan\frac{y}{x} = arc\,tan\frac{4}{3} = 53.13°$$

Forma polar:

$$z = r\angle\theta = z = 5\angle 53.13°$$

Forma trigonométrica:

$$z = r[cos\theta + isen\theta] = 5[\cos 53.13° + i\ sen\ 53.13°]$$

Forma exponencial:

$$z = re^{i\theta} = 5e^{i53.13°}$$

Operaciones con números complejos en la forma polar

Suma, resta, multiplicación, división, potencias

$$z = r\,[cos\theta + i\; sen\theta]$$

$$z = r\angle\theta \qquad z = r_{\theta} \qquad z = rcis\theta$$

Ejemplo: Dados los números complejos en la forma polar:

$$z_1 = 4\left[cos\frac{2\pi}{3} + i\ sen\frac{2\pi}{3}\right]$$

$$z_2 = 3\left[cos\frac{\pi}{4} + i\ sen\frac{\pi}{4}\right]$$

Realice las siguientes operaciones y exprese los resultados en la forma binómica, polar y exponencial:

$a)\, z_1 + z_2$

$b)\, 3z_1 - 2z_2$

$c)\, z_1 * z_2$

$d)\, \frac{z_1}{z_2}$

$e)\, (z_1)^{10}$

$a)\; z_1 + z_2$

$$z_1 = 4\angle\frac{2\pi}{3} \qquad z_2 = 3\angle\frac{\pi}{4}$$

$$z_1 = 4\angle 120^\circ \qquad z_2 = 3\angle 45^\circ$$

$$z_1 + z_2 = 4\angle 120^\circ + 3\angle 45^\circ = (-2 + 3.4641 i) + (2.1213 + 2.1213 i)$$

$$= \boxed{0.1213 + 5.5854 i}$$

$$x_1 = r\cos\theta \qquad x_2 = r\cos\theta$$

$$x_1 = 4\cos 120^\circ \qquad x_2 = 3\cos 45^\circ$$

$$x_1 = -2 \qquad x_2 = 2.1213$$

$$y_1 = r\,\mathrm{Sen}\,\theta \qquad y_2 = 3\,\mathrm{Sen}\,45^\circ$$

$$y_1 = 4\,\mathrm{Sen}\,120^\circ \qquad y_2 = 2.1213$$

$$y_1 = 3.4641$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(0.1213)^2 + (5.5854)^2}$$

$$r = 5.5867$$

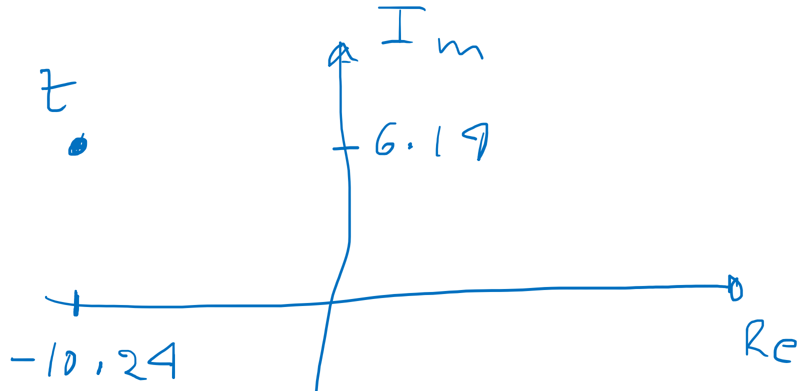
$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5.5854}{0.1213}$$

$$\theta = 88.75^\circ$$

$$\boxed{z_1 + z_2 = 5.5867\angle 88.75^\circ} = \boxed{5.5867\, e^{i\,88.75^\circ}}$$

$z_1 = -2 + 3.4641i \qquad z_2 = 2.1213 + 2.1213i$

b) $3z_1 - 2z_2$



$$3(-2+3.4641i) - 2(2.1213 + 2.1213i)$$

$$= (-6 + 10.3923i) - (4.2426 + 4.2426i)$$

$$= \boxed{-10.2426 + 6.1497i}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-10.2426)^2 + (6.1497)^2}$$

$$r = 11.9470$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{6.1497}{-10.2426} = -30.98^\circ + 180^\circ$$

$$= 149.02^\circ$$

$$z = 11.9470 \angle 149.02^\circ$$

$$z = 11.9470\left[\cos 149.02^\circ + i\sin 149.02^\circ\right]$$

$$z = re^{i\theta} = 11.9470\, e^{i149.02^\circ}$$

$c)\ z_1 * z_2$

$z_1 = 4\angle 120^\circ \qquad z_2 = 3\angle 45^\circ$

$z_1 = r_1 \angle \theta_1$

$z_2 = r_2 \angle \theta_2$

$z_1 \times z_2 = (4\angle 120^\circ)(3\angle 45^\circ) = \boxed{12\angle 165^\circ}$

$z_1 \times z_2 = r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2$

$$\boxed{z = re^{i\theta} = 12e^{i165^\circ}}$$

$x = r\cos\theta$

$x = 12\cos 165^\circ$

$x = -11.5911$

$y = r\sin\theta$

$y = 12\sin 165^\circ$

$y = 3.1058$

$$\boxed{z = -11.5911 + 3.1058}$$

$d) \frac{z_1}{z_2}$

$z_1 = 4 \angle 120^\circ \qquad z_2 = 3 \angle 45^\circ$

$z_1 = r_1 \angle \theta_1$

$z_2 = r_2 \angle \theta_2$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4 \angle 120^\circ}{3 \angle 45^\circ} = \frac{4}{3} \angle 120 - 45^\circ = 1.3333 \angle 75^\circ$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \theta_1 - \theta_2$

$z = re^{i\theta} = 1.3333\, e^{i75^\circ}$

$z = 0.3451 + 1.2879i$

$x = r\cos\theta$

$x = 1.3333 \cos 75^\circ =$

$x = 0,3451$

$y = r \operatorname{sen} \theta$

$y = 1,3333 \operatorname{sen} 75^\circ$

$y = 1.2879$

e) $(z_1)^{10}$

$z_1 = 4 \angle 120^\circ$

$$360 \overline{) 1200} \quad 3$$
$$\frac{1080}{120^\circ}$$

$(z_1)^{10} = (4 \angle 120^\circ)^{10} = 4^{10} \angle 120^\circ(10) = 1048576 \angle 1200^\circ$

$$\boxed{z_1^{10} = 1048576 \angle 120^\circ}$$

$z = r\,[\cos\theta + i\,\operatorname{Sen}\theta]$

$z^n = r^n\,[\cos n\theta + i\,\operatorname{Sen} n\theta]$

$$\boxed{\begin{gathered} z_1 = r \angle \theta \\ z^n = r^n \angle n\theta \end{gathered}}$$

Ejemplo: Calcule $(1+\sqrt{3}i)^{10}$ y exprese el resultado en la forma binómica, polar y exponencial:

$$\boxed{(1+\sqrt{3}\,i)^{10} = -1512 - 886.81\,i}$$

$$\boxed{\begin{aligned} z &= r\angle\theta \\ z^n &= r^n \angle n\theta \end{aligned}}$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1} = 60^\circ$$

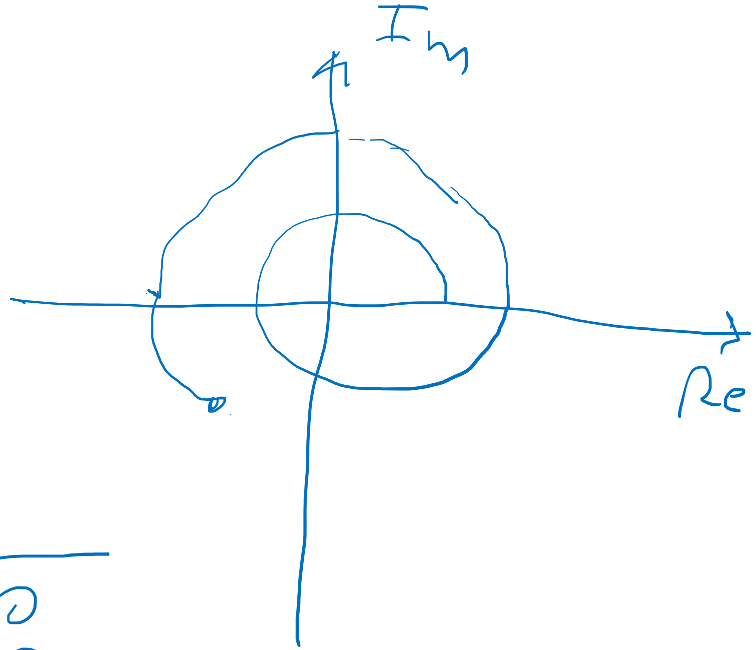
$$(1+\sqrt{3}\,i)^{10} = (2\angle 60^\circ)^{10} = 1024\angle 600^\circ$$

$$\boxed{= 1024\angle 240^\circ}$$

$$X = 1024\cos 240^\circ = -1512$$

$$y = 1024\sin 240^\circ = -886.81$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 360\,\overline{)\,600} \\ \underline{360} \\ 240^\circ \end{array}$$



Ejercicio: Dados los números complejos en la forma polar:

$$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\ sen\frac{\pi}{3}\right]$$

$$z_2 = 6\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\ sen\frac{\pi}{6}\right]$$

Realice las siguientes operaciones y exprese los resultados en la forma binómica, polar y exponencial:

$a)\ z_1 + z_2$

$c)\ z_1 * z_2$

$d)\ \frac{z_2}{z_1}$

$e)\ (z_1)^{10}$

Raíces de números complejos

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta + 2\pi k}{n}\right) + i sen\left(\frac{\theta + 2\pi k}{n}\right)\right]$$

Raíces de Números Complejos

Las *n* raíces *n*-esimas de un numero complejo $z = r[\cos\theta + i\ sen\ \theta]$, están dadas por:

$$w_k = \sqrt[n]{\boldsymbol{r}}\left[\boldsymbol{cos}\left(\frac{\boldsymbol{\theta + 2\pi k}}{\boldsymbol{n}}\right) + \boldsymbol{isen}\left(\frac{\boldsymbol{\theta + 2\pi k}}{\boldsymbol{n}}\right)\right]$$

Donde $k = 0, 1, 2 \ldots, n - 1$

Ejemplo: Resuelva la ecuación:

$$z^3 = i$$

$$z = \sqrt[3]{i}$$

$$z_1 = 0 + i$$

$$Conversión\ a\ forma\ polar$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

$$\theta = arc\tan\frac{y}{x} = arc\tan\frac{1}{0}$$

$$\theta = 90°$$

$r = 1$

$\theta = 90°$

$n = 3$

$$w_k = \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta + 360°k}{n}\right) + i\,sen\left(\frac{\theta + 360°k}{n}\right)\right]$$

$k = 0$

$$w_0 = \sqrt[3]{1}\left[\cos\left(\frac{90° + 360°(0)}{3}\right) + i\,sen\left(\frac{90° + 360°(0)}{3}\right)\right] = 1[\cos(30°) + i\,sen(30°)]$$
$$= 0.8660 + 0.5\,i$$

$k = 1$

$$w_1 = \sqrt[3]{1}\left[\cos\left(\frac{90° + 360°(1)}{3}\right) + i\,sen\left(\frac{90° + 360°(1)}{3}\right)\right] = 1[\cos(150°) + i\,sen(150°)]$$
$$= -0.8660 + 0.5\,i$$

$k = 2$

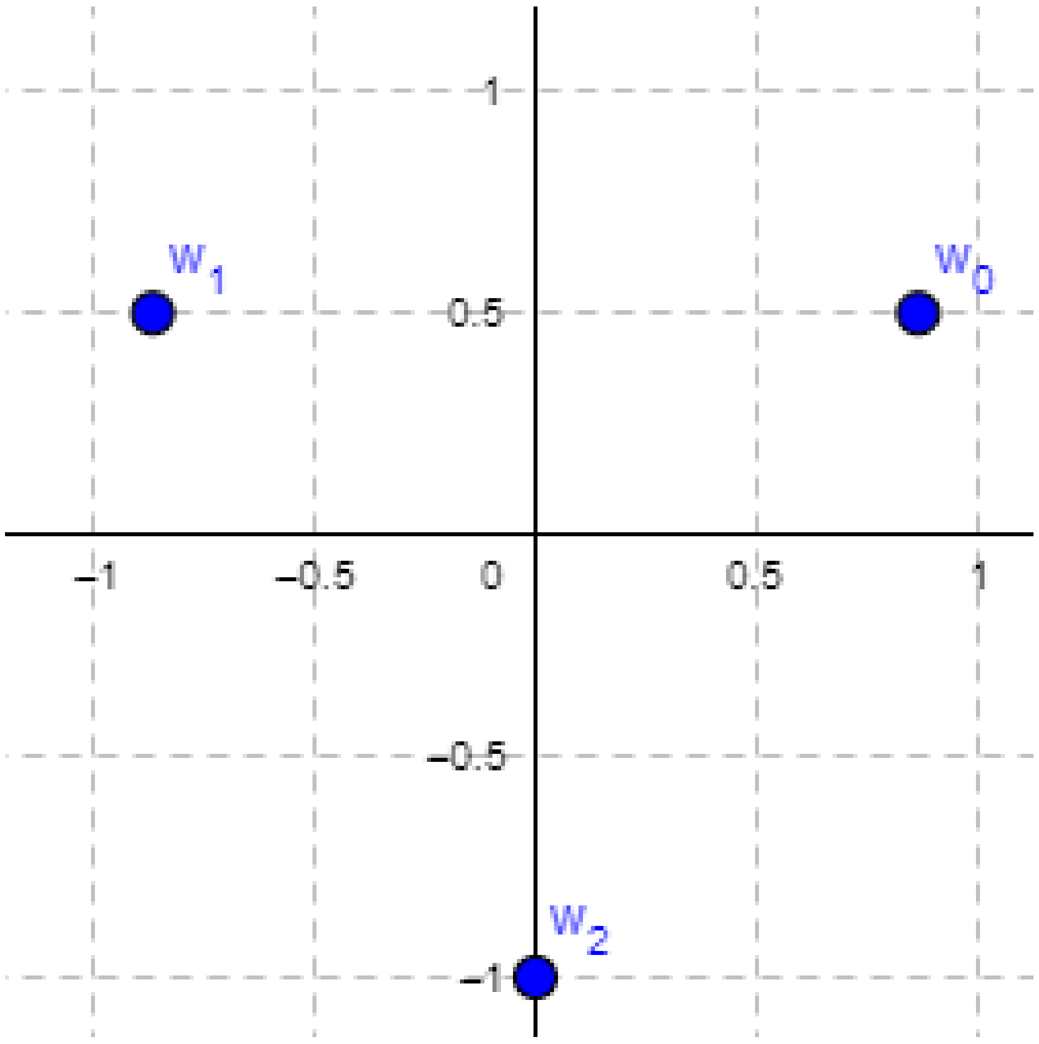
$$w_2 = \sqrt[3]{1}\left[\cos\left(\frac{90° + 360°(2)}{3}\right) + i\,sen\left(\frac{90° + 360°(2)}{3}\right)\right] = 1[\cos(270°) + i\,sen(270°)] = 0 - i$$

$z = \sqrt[3]{i}$

$w_0 = 0.8660 + 0.5\, i$

$w_1 = -0.8660 + 0.5\, i$

$w_2 = 0 - \ i$



Ejercicio: Resuelva la ecuación:

$$z^3 = -i$$

Ejemplo: Resuelva la ecuación:

$$z^5 = -1 + i$$

$$z = \sqrt[5]{-1+i}$$

$$z_1 = -1 + i$$

$$Conversión\ a\ forma\ polar$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} = 1.4142$$

$$\theta = arc\tan\frac{y}{x} = arc\tan\frac{1}{-1}$$

$$\theta = -45°$$

$$\theta = -45° + 180° = 135°$$

$$z = \sqrt[5]{-1+i}$$

$r = 1.4142$

$\theta = 135°$

$n = 5$

$k: 0, 1, 2, 3, 4$

$$w_k = \sqrt[n]{r}\left[cos\left(\frac{\theta + 360°k}{n}\right) + isen\left(\frac{\theta + 360°k}{n}\right)\right]$$

$k = 0$

$$w_0 = \sqrt[5]{1.4142}\left[cos\left(\frac{135° + 360°(0)}{5}\right) + isen\left(\frac{135° + 360°(0)}{5}\right)\right] = 1.0718[cos(27°) + isen(27°)]$$

$$= 0.9550 + 0.4866\,i$$

$k = 1$

$$w_1 = 1.0718\left[cos\left(\frac{135° + 360°(1)}{5}\right) + isen\left(\frac{135° + 360°(1)}{5}\right)\right] = 1.0718[cos(99°) + isen(99°)]$$

$$= -0.1677 + 1.0586\,i$$

$$w_k = \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta + 360°k}{n}\right) + i sen\left(\frac{\theta + 360°k}{n}\right)\right]$$

$k = 2$

$$w_2 = 1.0718\left[\cos\left(\frac{135° + 360°(2)}{5}\right) + i sen\left(\frac{135° + 360°(2)}{5}\right)\right] = 1.0718[\cos(171°) + i sen(171°)]$$

$$= -1.0586 + 0.1677\, i$$

$k = 3$

$$w_3 = 1.0718\left[\cos\left(\frac{135° + 360°(3)}{5}\right) + i sen\left(\frac{135° + 360°(3)}{5}\right)\right] = 1.0718[\cos(243°) + i sen(243°)]$$

$$= -0.4866 - 0.9550\, i$$

$k = 4$

$$w_4 = 1.0718\left[\cos\left(\frac{135° + 360°(4)}{5}\right) + i sen\left(\frac{135° + 360°(4)}{5}\right)\right] = 1.0718[\cos(315°) + i sen(315°)]$$

$$= 0.7579 - 0.7579\, i$$

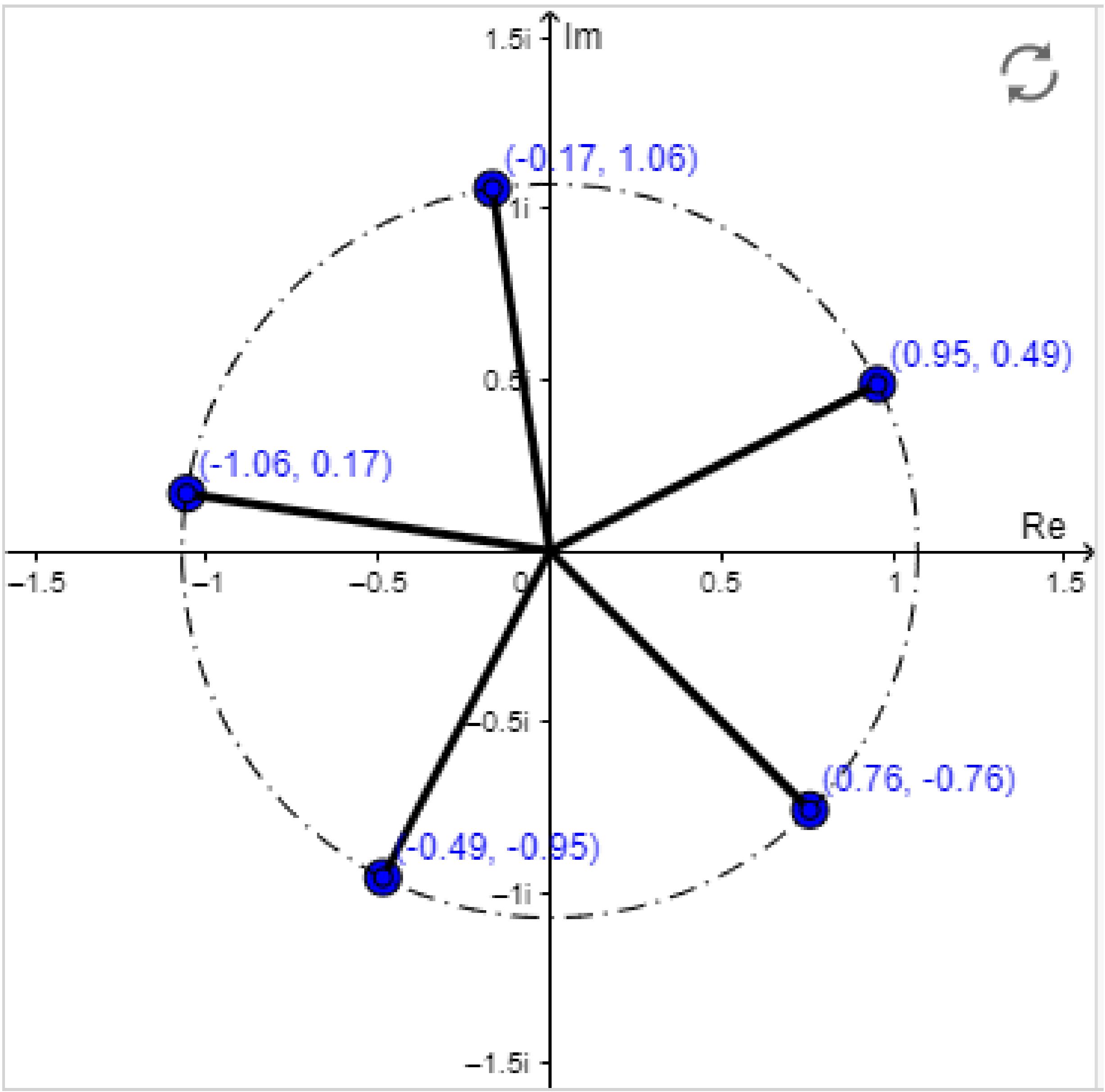
$$w_0 = 0.9550 + 0.4866\, i$$

$$w_1 = -0.1677 + 1.0586\, i$$

$$w_2 = -1.0586 + 0.1677\, i$$

$$w_3 = -0.4866 - 0.9550\, i$$

$$w_4 = 0.7579 - 0.7579\, i$$



Ejercicio: Resuelva la ecuación:

$$z^4 = -1 - i$$